Jeu des familles « organisation des étapes »
Exemple : prouver que

Composition
Jeu de 36 cartes avec 9 familles de 4 cartes.
Plateau de quatre emplacements numérotés selon l'ordre des étapes de la démarche.

Déroulement
Se joue à 3 ou 4 joueurs.
On distribue le total des cartes aux joueurs.
Chacun range les cartes de son jeu par famille, repère les cartes manquantes pour compléter la famille.
Si une famille de son jeu est complète, le joueur déclare « PREUVE » et range les quatre cartes en respectant l'ordre « de rédaction » : 1, 2, 3 et 4.

- Si « la pose est bonne » alors le joueur marque 5 points
- Si les quatre cartes sont bien de la même famille mais pas dans le bon ordre, le joueur ne marque 3 points.
- Si les quatre cartes ne sont pas de la même famille, le joueur reprend ses cartes.

Cette phase terminée, le jeu commence :

- le joueur à droite de celui qui a distribué les cartes, pioche une carte dans le jeu du joueur à sa droite (le but est de tirer « à l'aveugle » une carte manquante pour constituer une famille) : si ce tirage permet de poser une famille il le fait dans les conditions décrites plus haut.
- Ensuite, dans les mêmes conditions le jeu se poursuit en tournant par la droite.
- Le jeu s'arrête quand on ne peut plus poser un quadruplet de cartes.
- Le total des points de chaque joueur est calculé en retranchant le nombre de cartes restant dans le jeu du joueur aux points acquis pendant le jeu.

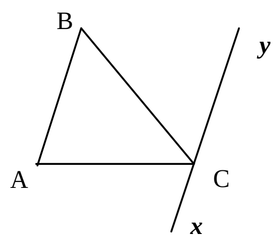
1

2

3

4

Démontrer une égalité.



ABC est un triangle.
(xy) est la parallèle à (AB) passant par C.
Démontrer que la somme des angles du triangle ABC égale 180°.

Démontrer une égalité.

(BC) coupe (AB) et (xy) et (AB) est parallèle à (xy) par suite les angles alternes internes $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCy}$ sont égaux

$\widehat{ABC} = \widehat{BCy}$

Démontrer une égalité.

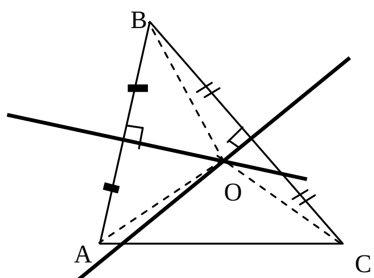
De même :
Comme (AC) est sécante de (AB) et (xy) et que (AB) est parallèle à (xy) on en déduit que les angles alternes internes $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACx}$ sont égaux.

$\widehat{BAC} = \widehat{ACx}$

Démontrer une égalité.

Enfin on a : $\widehat{xCy} = 180°$
Cette égalité peut s’écrire
$\widehat{xCA} + \widehat{ACB} + \widehat{BCy} = 180°$
Comme $\widehat{ABC} = \widehat{BCy}$ et
$\widehat{BAC} = \widehat{ACx}$
donc :
$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$
et la somme des angles du triangle ABC est égale à 180°.

Démontrer que le centre du cercle circonscrit à un triangle.



ABC est un triangle.
Les trois médiatrices se coupent au point O.
Démontrer que le point O est le centre du cercle passant par A, B et C.

Démontrer que le centre du cercle circonscrit à un triangle.

La médiatrice de [AB] passe par le point O c’est à dire que O est un point de la médiatrice [AB].
Donc OA = OB.

Démontrer que le centre du cercle circonscrit à un triangle.

La médiatrice de [BC] passe par le point O c’est à dire que O est un point de la médiatrice [BC].
Donc OB = OC.

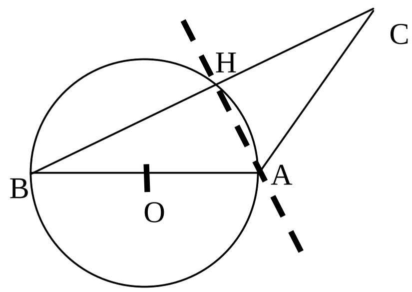
Démontrer que le centre du cercle circonscrit à un triangle.

Comme OA = OB et OB = OC on peut écrire :

OA = OB = OC

Les points A, B et C sont à égale distance du point O.
Le point O est le centre du cercle passant par A, B et C.
Le point d’intersection des médiatrices des 3 côtés du triangle ABC est le centre du cercle circonscrit au triangle.

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires.



ABC est un triangle tel que le cercle diamètre [AB] et de centre O coupe le côté [BC] en H. Les droites (BC) et (AH) sont-elles perpendiculaires ?

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

D’après l’énoncé le triangle ABH est inscrit dans le cercle de centre O et de diamètre [AB].

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

Mais si un triangle est inscrit dans un cercle ayant un diamètre du cercle pour côté, alors ce triangle est rectangle.

Donc le triangle ABH est rectangle en H.

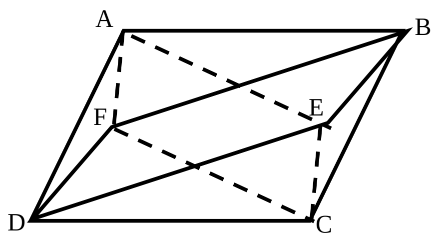
Démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

Par conséquent les droites (AH) et (BH) sont perpendiculaires.

Comme H est un point de (BC) les notations (BH) et (BC) désignent la même droite.

On peut conclure que (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.



ABCD et AECF sont des parallélogrammes.
Est-ce que BEDF est un parallélogramme ?

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Comme ABCD est un parallélogramme ont peut affirmer que ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu.

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Comme BEDF est un parallélogramme ont peut affirmer que ses diagonales [BD] et [EF] ont le même milieu.

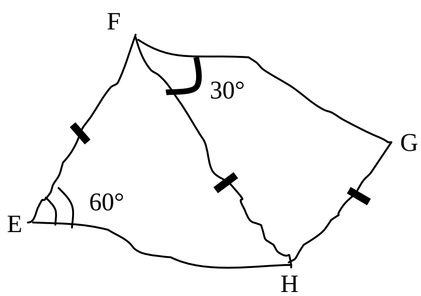
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Ainsi, comme [AC] et [BD] ont le même milieu et que [BD] et [EF] ont le même milieu on peut affirmer que [AC] et [EF] ont le même milieu.

Par conséquent le quadrilatère AECF a ses diagonales [AC] et [EF] qui ont le même milieu donc le quadrilatère AECF est un parallélogramme.

Démontrer que trois points sont alignés.

EFGH est un quadrilatère. Le dessin à main levée donne des informations.



Les points E, F et G sont-ils alignés ?

Démontrer que trois points sont alignés.

Le triangle EFG a les côtés [EF] et FG] de même longueur. Donc les angles $\widehat{HEF}$ et $\widehat{EHF}$ sont égaux.

$\widehat{HEF} = \widehat{EHF} = 60°$.

Comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180° et que 2 angles du triangle mesurent chacun 60° cela entraîne que le troisième angle du triangle $\widehat{HFE}$ égale aussi 60°.

Démontrer que trois points sont alignés.

Les angles $\widehat{HFE}$ et $\widehat{HFG}$ sont adjacents. Par suite

$\widehat{EFG} = \widehat{HFE} + \widehat{HFG}$

Comme $\widehat{HFE} = 60°$ et $\widehat{HFG} = 30°$

D'où $\widehat{EFG} = 90°$

Comme, d'après la figure de l'énoncé, le triangle FHG est isocèle en H on a $\widehat{GFH} = \widehat{FGH} = 30°$

Démontrer que trois points sont alignés.

Par suite le triangle FGH a 2 angles de 30°, donc le troisième est égal à :

$\widehat{FHG} = 180° - 2 \times 30° = 120°$

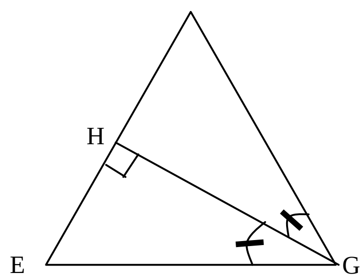
Les angles $\widehat{EHF}$ et $\widehat{FHG}$ sont adjacents et $\widehat{EHG} = \widehat{EHF} + \widehat{FHG}$

D'où $\widehat{EHG} = 60° + 120° = 180°$.

Par conséquent l'angle $\widehat{EHG}$ est plat et les points E, F et G sont alignés.

Démontrer que deux longueurs sont égales.

La figure représente le triangle EFG et la bissectrice de $\widehat{EGF}$ qui coupe [EF] en H.



Est-ce que les longueurs EG et FG sont égales ?

Démontrer que deux longueurs sont égales.

D'après la figure donnée par l'énoncé, les triangles HGE et HGF sont rectangles.

De plus $\widehat{HGE} = \widehat{HGF}$ du fait que la somme des angles dans un triangle égale 180° on en déduit que :

$$\widehat{HEG} = \widehat{HFG}$$

Démontrer que deux longueurs sont égales.

Par suite, dans le triangle EGF, les angles $\widehat{HEG}$ et $\widehat{HFG}$ sont égaux.

Par conséquent le triangle EGF est isocèle en G.

Démontrer que deux longueurs sont égales.

Comme le triangle EGF est isocèle en G, les deux côtés issus de G sont égaux c'est à dire : EG = FG

Démontrer qu'une égalité est vraie.

On donne :

$$A = (x-2)(x+5)$$

$$B = x(x+1)+2(x-5)$$

Peut-on affirmer que les expressions A et B sont égales ?

Démontrer qu'une égalité est vraie.

Développons l'expression A.

$$A = (x-2)(x+5) = x^2+5x-2x+10$$

d'où

$$A = x^2+3x+10$$

Démontrer qu'une égalité est vraie.

Développons l'expression B.

$$B = x(x+1)+2(x-5) = x^2+x+2x-10$$

d'où

$$B = x^2+3x+10$$

Démontrer qu'une égalité est vraie.

On a d'une part :

$$A = x^2+3x+10$$

et d'autre part :

$$B = x^2+3x+10$$

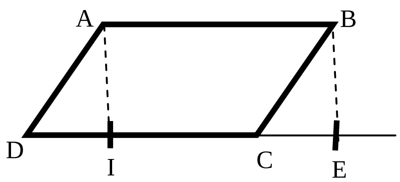
par conséquent :

A = B

Ou encore

$$(x-2)(x+5) = x(x+1)+2(x-5)$$

Démontrer l'alignement de 3 points



ABCD est un parallélogramme et I est un point de [DC].
E est l'image du point B dans la translation qui transforme A en I.
Démontrer que les points C, D et E sont alignés.

Démontrer l'alignement de 3 points

Dans l'énoncé l'information « E est l'image du point B dans la translation qui transforme A en I » a pour conséquence que AIEB est un parallélogramme.

Démontrer l'alignement de 3 points

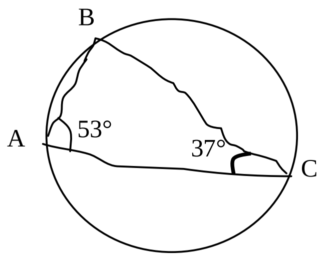
Ainsi :

- AIEB est un parallélogramme : donc (AB) est parallèle à (IE)
- ABCD est un parallélogramme : donc (AB) est parallèle à (CD)

Démontrer l'alignement de 3 points

Par conséquent les droites (IE) et (CD) qui sont parallèles à (AB) sont parallèles entre elles.
Mais le point I, d'après l'énoncé, est commun aux droites (CD) et (EI) donc ces deux droites sont confondues et les points C, D et E sont alignés.

Déterminer le centre d'un cercle.



La figure à main levée représente un cercle (Γ) et un triangle ABC inscrit dans ce cercle. Déterminer où se situe le point I centre du cercle (Γ).

Déterminer le centre d'un cercle.

Comme la somme des angles d'un triangle est 180° on peut calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\widehat{ABC} = 180° - (53°+37°)$

$\widehat{ABC} = 90°$

Par suite le triangle ABC est rectangle en B et a le segment [AC] pour hypoténuse.

Déterminer le centre d'un cercle.

La propriété « Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse », nous permet d'affirmer que [AC] est le diamètre du cercle (Γ).

Déterminer le centre d'un cercle.

Comme [AB] est le diamètre du cercle (Γ) le point I centre du cercle (Γ) est le milieu de [AB].